# TUTTA LA GEOMETRIA ANALITICA

Di Pietro Aceti

NOTA:QUESTA DISPENSA PRENDE SPUNTO DALLE LEZIONI DEL PROF. MASSIMO BANFI

INDICE

# 1 LA RETTA

| | NOME | FORMULA NORMALE |
|---|---|---|
| 1 | Distanza di un segmento orizzontale | $\lvert x_2 - x_1 \rvert$ |
| 2 | Distanza di un segmento verticale | $\lvert y_2 - y_1 \rvert$ |
| 3 | Distanza di un segmento obliquo | $\sqrt{(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2}$ |
| 4 | Punto medio | $x_m = \frac{x_1+x_2}{2}$ e $y_m = \frac{y_1+y_2}{2}$ |
| 5 | Baricentro | $x_{bar} = \frac{x_1+x_2+x_3}{2}$ e $y_{bar} = \frac{y_1+y_2+y_3}{2}$ |
| 6 | Eq generale delle rette (può rappresentare tutte le rette) | $ax+by+c=0$ |
| 7 | Eq esplicita della retta (rappresenta tutte le rette tranne b=0 per le C.E.) | $y=mx+q$ con mx=-$\frac{a}{b}$ e q=-$\frac{c}{b}$ |
| 8 | Coefficiente angolare ( è la m di una equazione esplicita e indica la pendenza di una retta) | $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ |
| 9 | Ordinata all'origine (quindi x=0) | $y=mx+q \rightarrow y=m \bullet 0+q \rightarrow y=q$ |
| 10 | Rette verticali (b=0) | $x=\text{costante} \rightarrow y$=-$\frac{a}{b}$ |
| 11 | Rette orizzontali (a=0) | $y=\text{costante} \rightarrow x$=-$\frac{c}{b}$ |
| 12 | Rette passanti per l'origine (c=0) | $y=mx$ |
| 13 | Fascio di rette passanti per un punto P$(x_p;y_p)$ | $(y-y_p)=m(x-x_p)$ |
| 14 | Punto di incidenza tra 2 rette | Si mettono a sistema le 2 rette |
| 15 | Condizione di appartenenza di un punto A alla retta r | Il punto A appartiene a r se sostituendo le coordinate di A all' equazione, quest' ultima si verifica (quindi si annulla l'equazione) |
| 16 | Condizione di parallelità | r//s se $m_r = m_s$ m= coeff. angolare |
| 17 | Condizione di perpendicolarità | $r \perp s$ se $m_s = -\frac{1}{m_r}$ (reciproco dell' opposto ) |
| 18 | Retta passanti per 2 punti | $\frac{x-x_1}{x_2-x_1}=\frac{y-y_1}{y_2-y_1}$ |
| 19 | Distanza di un punto da una retta p$(x_p;y_p)$ r= ax+by+c=0 | $\frac{\lvert ax_p+by_p+c \rvert}{\sqrt{a^2+b^2}}$ |

# 2 LA CIRCONFERENZA

Si definisce circonferenza il luogo geometrico dei punti equidistante da un punto dato detto centro.
La distanza da questo punto è definito dal Raggio.

## 2.1)EQUAZIONE GENERALE DELLA CIRCONFERENZA.

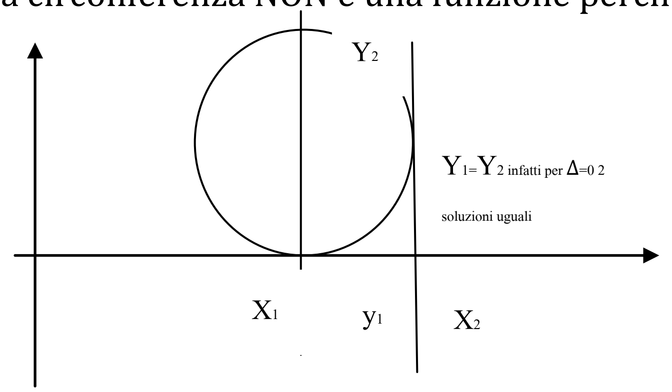
Per arrivare all' equazione generale della retta bisogna impostare una semplice equazione in cui preso un punto generico P(x;y) la distanza tra P e il centro C(α;β) sia uguale al raggio.
Quindi:

PC=r $\rightarrow \sqrt{(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2}=r$ $\rightarrow x^2+y^2-2\alpha x-2\beta y+\alpha^2+\beta^2-r^2=0$

Ora sostituiamo
-2∝=A
-2β=B
$\alpha^2+\beta^2-r^2=C$
Quindi arriviamo alla equazione generale della retta
$x^2+y^2+ax+by+c=0$

### 2.1.1)OSSERVAZIONI

-La circonferenza NON è una funzione perché ∀x esistono 2 valori della y




-Una equazione del tipo $x^2+y^2+ax+by+c=0$ non è sempre una circonferenza perché l'equazione corrisponde a una circonferenza solo se esiste il raggio, quindi solo se r>0 $\rightarrow \sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}>0$
Si nota può notare che l'unico membro che può rendere la radice negativa è il termine noto (c). Quindi una equazione con c≤0 è sicuramente una circonferenza.

## 2.2)LE C
## IRCONFERENZE PARTICOLARI

-Circonferenza con centro sull'asse y:

a=0 $\rightarrow -2\alpha = 0$

-Circonferenza con centro sull'asse x:

b=0 $\rightarrow -2\beta = 0$

-circonferenza passante per l'origine:

C=0 $\rightarrow \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0$

-circonferenza con centro nell'origine:

a=0 V b=0 $\rightarrow -2\alpha = 0 \, \mathrm{V} -2\beta = 0$

-circonferenza con centro sull'asse x e passante per l'origine:

b=0 V c=0 $\rightarrow -2\beta = 0 \vee \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0$

-circonferenza con centro sull'asse y e passante per l'origine:

a=0 V c=0 $\rightarrow -2\alpha = 0 \vee \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = 0$

## 2.3)POSIZIONE RECIPROCA DI UNA RETTA CON UNA CIRCONFERENZA

Si mettono a sistema la circonferenza con la retta e in base al Δ si capisce la posizione della retta rispetto alla circonferenza, infatti mettendoli a sistema si trovano i punti d'intersezione della retta con la circonferenza:

-se Δ>O indica che la retta e la circonferenza s'intersecano in 2 punti distinti quindi la retta è **secante** alla circonferenza

-se Δ=0 la retta e la circonferenza s' intersecano in 2 punti coincidenti quindi la retta è **tangente** alla circonferenza

-se Δ<0 la retta non interseca la circonferenza quindi la retta è **esterna** alla circonferenza

N.B. VALGONO LE STESSE REGOLE PER TUTTE LE CURVE

## 2.4)METODI DI TANGENZA

### 2.4.1)AVENDO LA CIRCONFERENZA E UN PUNTO

$$\begin{cases}\text{circonferenza}\\ \text{fasco di rette passanti per il punto}\end{cases} \rightarrow \text{risolvendo il sistema troviamo una equazione dove andremo a discutere il } \Delta=0$$

### 2.4.2)DERERMINARE LE RETTE TAGENTI AVENDO LA CIRCONFERENZA E UN PUNTO ∈ r

Avendo la circonferenza $x^2+y^2+ax+by+c=0$ si deriva il centro $\left(\frac{-a}{2};\frac{-b}{2}\right)$ e il raggio $r=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}$.

Ora si determina il fascio di rette passanti per il punto.

Per determinare che una di questa rette passanti per il punto è tangente alla circonferenza bisogna dimostrare che la sua distanza dal centro sia uguale al raggio.

EXS

$\gamma = X^2+Y^2-2X=0$ $\qquad$ $P\left(\frac{9}{4};0\right)$

determino il centro:

$\propto=\frac{-a}{2}\rightarrow\frac{-(-2)}{2}\rightarrow 1$

$\beta=\frac{-b}{2}\rightarrow\frac{-0}{2}\rightarrow 0$

C(1;0)

$r=\sqrt{\alpha^2+\beta^2-c}\rightarrow r=\sqrt{0^2+1^2-0}\rightarrow r=1$

determino il fascio passante per il punto:

y-0=m(x-1) $\rightarrow$y-mx+$\frac{9}{4}m$=0

impostiamo l'equazione:

distanza(C, retta)=r

$$\frac{|-\frac{9}{4}m+m|}{\sqrt{m^2+1}}=1$$

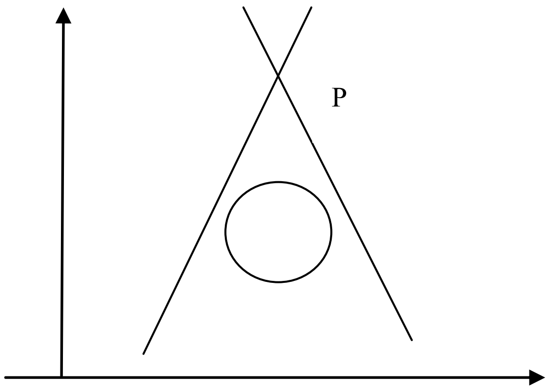
Togliamo il denominatore

$$\cancel{\sqrt{m^2+1}}\cdot\frac{|-\frac{9}{4}m+m|}{\cancel{\sqrt{m^2+1}}}=1\cdot\sqrt{m^2+1}\rightarrow|-\frac{9}{4}m+m|=\sqrt{m^2+1}$$

Eleviamo al quadrato per togliere la radice

$$|-\frac{9}{4}m+m|=\left(\sqrt{m^2+1}\right)^2 \rightarrow m^2+\frac{81}{16}m^2-\frac{9}{2}m^2=m^2+1 \rightarrow 1=\frac{9}{16}m^2 \rightarrow m^2=\frac{16}{9} \rightarrow m_{1-2}=\pm\frac{4}{3}$$

Troviamo 2 risultati perché sono 2 le rette tangenti



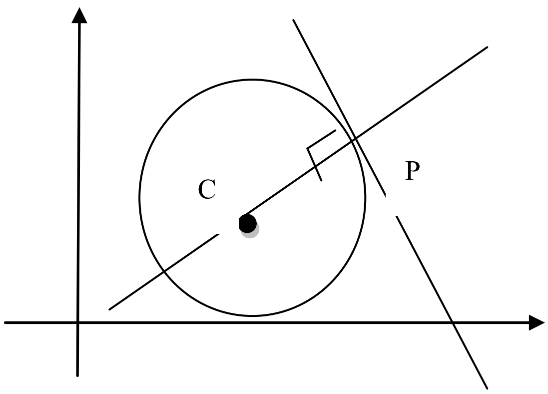

## 2.4.3)AVENDO LA CIRCONFERENZA E UN PUNTO P∈γ (metodo della perpendicolare)

L' esercizio è molto semplice

-si scrive l'equazione della retta passante per P e C

-trovo il fascio di rette passante per P

-si sceglie tra tutte le rette passanti per P quella perpendicolare a PC




## 2.4.4)AVENDO LA CIRCONFERENZA E UN PUNTO P∈γ (SDOPPIAMENTO)

Dalle coordinate del punto possiamo ricavare, con una dimostrazione che ometto, le seguenti uguaglianze.

$$x^2=x \bullet x_o \qquad y^2=y \bullet y_o \qquad x=\frac{x+x_0}{2} \quad y=\frac{y+y_0}{2}$$

Sostituendo questi valori all'interno della equazione della circonferenza troviamo la retta tangente

EXS

P (5;5) $x^2+y^2-2x-6y-10=0$

$$x^2=x\bullet 5 \quad x^2=x\bullet 5 \quad x=\frac{x+5}{2} \quad y=\frac{y+5}{2}$$

Sostituisco questi dati all'equazione della parabola:

$$5x+5y-2\left(\frac{x+5}{2}\right)-6\left(\frac{y+5}{2}\right)-10=0 \rightarrow 5x+5y-x-5-3y-15-10=0 \rightarrow 4x+2y-30=0$$

Ecco la retta:

2x+y-15

## 2.5)DETERMINA L'EQUAZIONE

### 2.5.1)AVENDO CENTRO E RAGGIO

Per determinare l'equazione bisogna impostare una delle proprietà fondamentali della circonferenza. Infatti si prende un punto generico P(x;y) e poi si dimostra che la distanza di P da C deve essere uguale al raggio; risolvendo si trova l'equazione della circonferenza.

PC=r

EXS

C(1;2) r=2 P (x,y)

$$\sqrt{(x-1)^2+(y-2)^2}=2 \rightarrow \sqrt{x^2+1-2x+y^2+4-4y}=2$$

Tolgo la radice elevando alla seconda:

$$\cancel{\sqrt{x^2+1-2x+y^2+4-4y}^{\,2}}=2^2 \rightarrow x^2+1-2x+y^2+\cancel{4}-4y=\cancel{4}$$

Ecco l'equazione

$$x^2+y^2-2x-4y+1=0$$

### 2.5.2)AVENDO CENTRO E UN PUNTO ∈ γ

Bisogna arrivare a scrivere l'equazione della circonferenza $x^2+y^2+ax+by+c=0$

Avendo 3 incognite (a,b,c) bisogna impostare un sistema a 3 equazioni.

Le prime due equazioni le ricaviamo dalle coordinate del centro. L'ultima invece la ricaviamo dalla circonferenza passante per il punto dato.

$$C(x_c;y_c) \quad P(x_p;y_p)$$

$$\begin{cases} -\frac{a}{2} = x_c \\ -\frac{b}{2} = y_c \\ x_p{}^2 + y_p^2 + ax_p + by_p + c = 0 \end{cases}$$

EXS

C(3;4) P(1;2)

$$\begin{cases} x = -2y+3 \\ y_{1-2} = \frac{11 \pm \sqrt{21}}{10} \end{cases} \rightarrow 1\begin{cases} x_1 = -2\frac{11+\sqrt{21}}{10}+3 \\ y_1 = \frac{11+\sqrt{21}}{10} \end{cases} \quad 2\begin{cases} x_2 = -2\frac{11-\sqrt{21}}{10}+3 \\ y_2 = \frac{11-\sqrt{21}}{10} \end{cases}$$

L'equazione si ottiene sostituendo:

$$x^2 + y^2 - 6x - 8y - 17 = 0$$

## 2.5.3)AVENDO 3 PUNTI ∈ γ

Bisogna arrivare a scrivere l'equazione della circonferenza $x^2+y^2+ax+by+c=0$

Avendo 3 incognite (a,b,c) bisogna impostare un sistema a 3 equazioni.

Avendo i 3 punti bisogna mettere a sistema le circonferenze passanti per ciascun punto.

$$A(x_a;y_a) \qquad B(x_b;y_b) \qquad C(x_c;y_c)$$

$$\begin{cases} x_a^2 + y_a^2 + ax_a + bx_a + c = 0 \\ x_b^2 + y_b^2 + ax_b + bx_b + c = 0 \\ x_c^2 + y_c^2 + ax_c + bx_c + c = 0 \end{cases}$$

EXS

A(-2;-1) B(2;1) C(1;0)

$$\begin{cases} \left.\begin{matrix} 4+1-2a-b+c=0 \\ 4+1+2a+b+c=0 \end{matrix}\right\} \text{SI USA IL METODO DI RIDUZIONE} \\ 1+a+c=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} +4a+2b=0 \\ 5+2a+b+c=0 \\ 1+a+c=0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} b=-2a \\ 5+2a-2a+c=0 \\ 1+a+c=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b=-2a \\ c=-5 \\ 1+a+c=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b=-2a \\ c=-5 \\ 1+a-5=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} b=-8 \\ c=-5 \\ a=4 \end{cases}$$

Quindi la circonferenza:

$$x^2 + y^2 + 4x - 8y - 5 = 0$$

## 2.6)PUNTI D'INTERSEZIONE TRA 2 CIRCONFERENZE

Per trovare i punti d'intersezione di 2 circonferenze dobbiamo trovare le soluzioni comuni delle 2 circonferenze. La retta che passa per questi 2 punti si chiama **asse radicale.**

$\begin{cases} \text{circonferenza 1} \\ \text{cirrconferenza 2} \end{cases}$ si presenta un problema poichè questo è un sistema di 4° grado troppo difficile da calcolare. Quindi si usa il metodo di riduzione che abbassa il grado del sistema. La retta che si ottiene usando il metodo di riduzione è l'asse radicale.

EXS

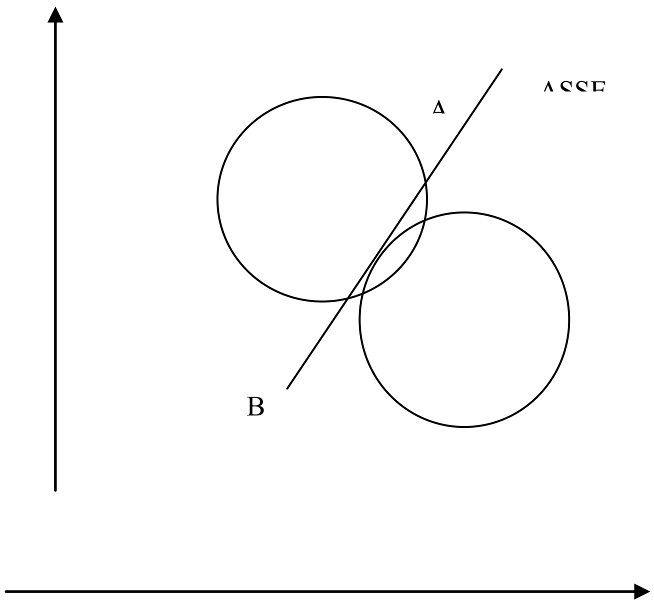
$$\begin{cases} x^2+y^2+2x-3y-6=0 \\ x^2+y^2+4x+y-8=0 \end{cases} \rightarrow \text{con riduzione} \rightarrow \begin{cases} 2x+4y-2=0 \\ x^2+y^2+4x+y=0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x=-2y+1 \\ (-2y+1)^2+y^2+4(-2y+1)+y=0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x=-2y+3 \\ 4y^2+1-4y+y^2-8y+4+y=0 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x=-2y+3 \\ 5y^2-11y+5=0 \end{cases} \rightarrow \Delta = \sqrt{121-100}=\sqrt{21} \rightarrow y_{1-2}=\frac{11\pm\sqrt{21}}{10}$$

quindi sostituendo si trovano le coordinate di 2 punti.

$$\begin{cases} x=-2y+3 \\ y_{1-2}=\frac{11\pm\sqrt{21}}{10} \end{cases} \rightarrow A\begin{cases} x_1=-2\frac{11+\sqrt{21}}{10}+3 \\ y_1=\frac{11+\sqrt{21}}{10} \end{cases} \quad B\begin{cases} x_2=-2\frac{11-\sqrt{21}}{10}+3 \\ y_2=\frac{11-\sqrt{21}}{10} \end{cases}$$



# 3 LA PARABOLA

Si definisce parabola il luogo geometrico dei punti equidistante da un punto fisso detto FUOCO e da una retta detta DIRETTRICE.

## 3.1)EQUAZIONE

Per ricavare l'equazione prendiamo l'esempio di una parabola con il vertice nell'origine V(0;0) poi un punto casuale P$(x_p; y_p)$poi il fuoco F$(0; f)$ e la direttrice $y = -f$

Per definizione sappiamo che PF=PH

$$\sqrt{(x_p - 0)^2 + (y - f)^2} = |y + f|$$

Eleviamo per eliminare la radice, ricordo che elevando il modulo non bisogna più discuterlo.

$$x^2 + f^2 + y^2 - 2fy = y^2 + f^2 + 2yf$$

Semplificando

$$-x^2 + 4yf = 0$$

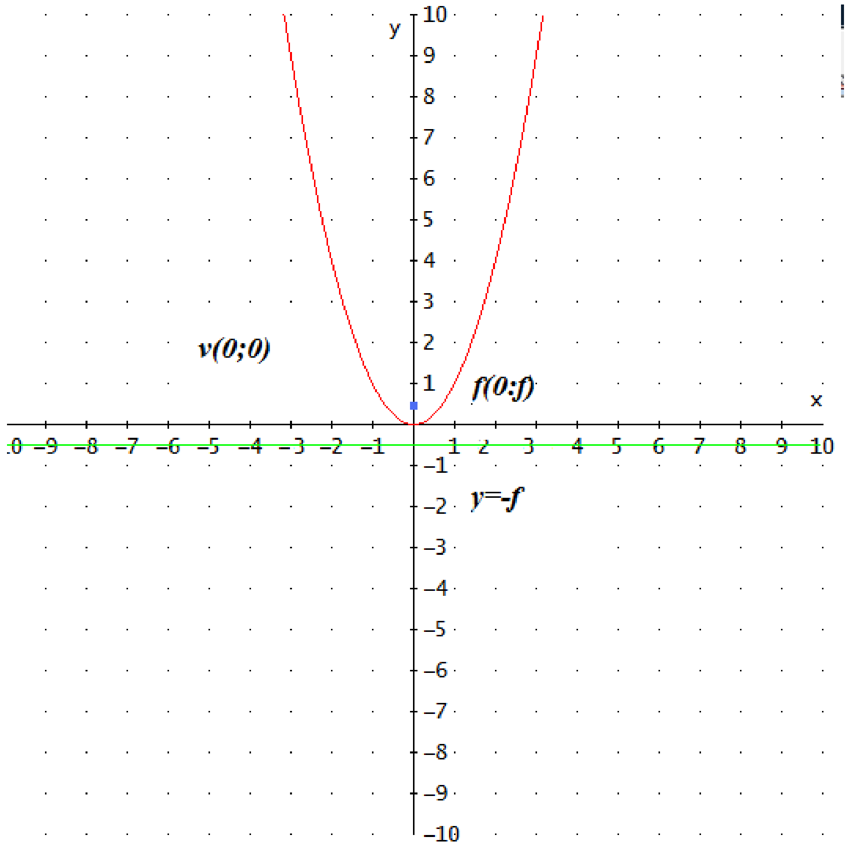
Esplicitiamo la y

$$y = \frac{1}{4f}x^2$$

Sostituiamo $a = \frac{1}{4f}$

Ecco l'equazione

$$y = ax^2$$



## 3.2)UN PO' DI FORMULE

Prendiamo in esame l'equazione generale della parabola $y = ax^2 + bx + c$ risolvendola e applicando una traslazione possiamo trovare delle formule generali per trovare il vertice, fuoco, direttrice e asse

$V\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta}{4a}\right)$

Faccio notare che il fuoco ha sempre la stessa ascissa del vertice perché giacciono sulla stessa retta

$F\left(\frac{-b}{2a};\frac{-\Delta+1}{4a}\right)$

La direttrice a equazione $y = \frac{-\Delta-1}{4a}$

L'asse della parabola, che corrisponde alla retta passante per vertice e fuoco, è evidentemente parallela all'asse delle y e ha equazione $x = \frac{-b}{2a}$

## 3.3)PARABOLE PARTICOLARI

Prendiamo l'equazione della parabola: $y = ax^2 + bx + c$ ed esaminiamone tutti i possibili casi:

a=0

Una parabola con a=0 non può essere considerata tale perché non è presente il termine di secondo grado pertanto abbiamo una retta

b=0

Una parabola con b=0 è un parabola simmetrica rispetto all'asse delle y.

c=0

Una parabola con c=0 è una parabola passante per l'origine O(0;0)

b=0 V c=0

Questa è una parabola con vertice nel centro.

## 3.4)POSIZIONE RECIPROCA DI UNA RETTA CON UNA PARABOLA

Si mettono a sistema la parabola con la retta e in base al Δ si capisce la posizione della retta rispetto alla parabola, infatti mettendoli a sistema si trovano i punti d'intersezione della retta con la parabola:

-se Δ>0 indica che la retta e la parabola s'intersecano in 2 punti distinti quindi la retta è **secante** alla parabola

-se Δ=0 la retta e la parabola s' intersecano in 2 punti coincidenti quindi la retta è **tangente** alla parabola

-se Δ<0 la retta non interseca la parabola quindi la retta è **esterna** alla parabola

N.B. LE STESSE REGOLE VALGONO PER TUTTE LE CURVE

## 3.5) METODI DI TANGENZA

### 3.5.1)AVENDO LA PARABOLA E UN PUNTO QUALSIASI DEL PIANO

$$\begin{cases} \text{parabola} \\ \text{fasco di rette passanti per il punto} \end{cases} \rightarrow \text{risolvendo il sistema troviamo una equazione dove andremo a discutere il } \Delta\text{=0}$$

### 3.5.2)AVENDO LA PARABOLA E UN PUNTO P∈γ (SDOPPIAMENTO)

Dalle coordinate del punto possiamo ricavare, con una dimostrazione che ometto, le seguenti uguaglianze.

$$x^2 = x \bullet x_o \qquad y^2 = y \bullet y_o \qquad x = \frac{x + x_0}{2} \quad y = \frac{y + y_0}{2}$$

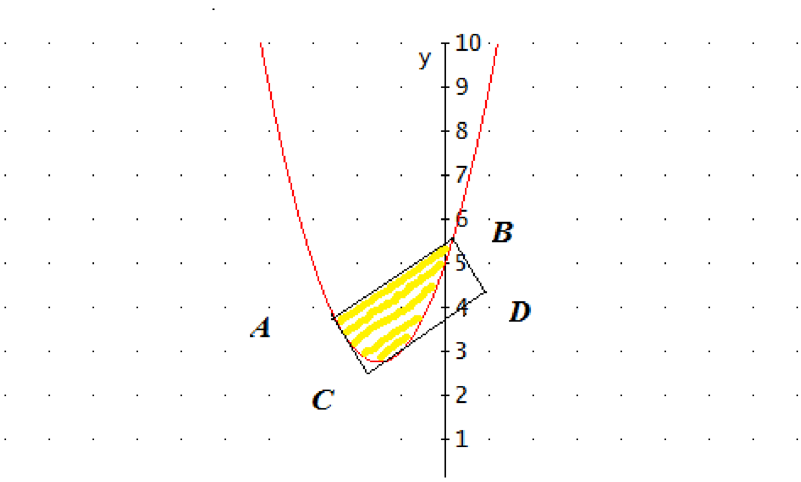
Sostituendo questi valori all'interno della equazione della parabola troviamo la retta tangente

## 3.6)ALCUNE CONDIZIONI PER DETERMINARE L'EQUAZIONE DI UNA PARABOLA

Poiché nell'equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$ abbiamo 3 incognite (a,b,c).
Evidentemente per trovare le tre incognite abbiamo bisogno di tre condizioni da mettere in un sistema.
Di seguito riporto i dati necessari per costruire un sistema:
-le ascisse e le ordinate del vertice e del fuoco
-le coordinate del vertice o del fuoco e la direttrice
-3 punti non allineati della parabola
-avendo l'asse e 2 punti non allineati
-avendo un punto della parabola e le coordinate del vertice o del fuoco
-avendo un punto e avendo noto asse e direttrice
-avendo la retta tangente e 2 punti non allineati
N.B. i procedimenti di calcolo sono molto simili a quella delle circonferenza

## 3.7) IL SEGMENTO PARABOLICO

Per determinare l'area di una porzione di parabola detto segmento parabolico ( in giallo nella figura) bisogna applicare una determinata proprietà.
Infatti bisogna calcolare Area Del rettangolo circoscritto alla Porzione dei piano e poi Bisogna dividerla per $\frac{2}{3}$




Area segmento parabolico= $\frac{2}{3}$ area rettangolo

## 3.8) LA PARABOLA DORMIENTE

Fino a questo punto abbiamo considerato parabole con l'asse parallelo a quello delle y. Esistono anche parabole con asse parallelo a quello delle x; per quest'ultime valgono le stesse regole sopra illustrate ma cambiano le formule, infatti variando l'equazione variano anche le formule per trovare vertice fuoco direttrice e asse.

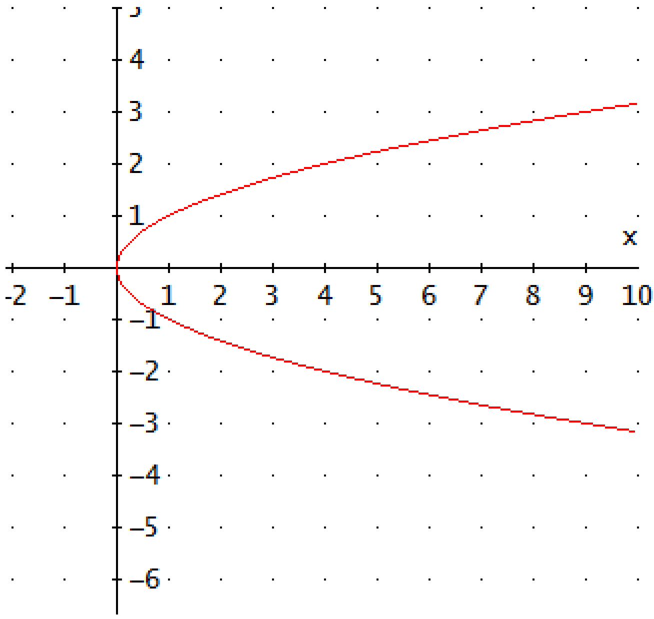
L'equazione: $x = ay^2 + by + c$

Vertice: $\left(\frac{-\Delta}{4a}; \frac{-b}{2a}\right)$

Fuoco: $\left(\frac{-\Delta+1}{4a}; \frac{-b}{2a}\right)$

Direttrice: $x = \frac{-\Delta-1}{4a}$

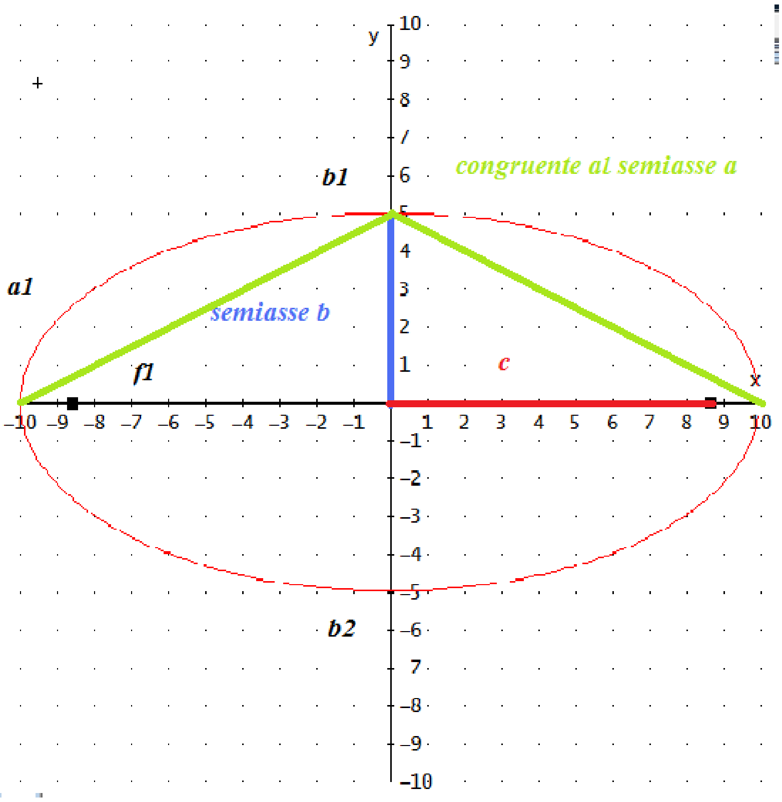
Asse: $y = \frac{-b}{2a}$



# 4 L'ELLISSE

Si definisce ELLISSE il luogo geometrico dei punti tali che la somma delle loro distanze da due punti fissi detti fuochi sia costante

## 4.1)NOZIONI BASE




$A_{1e2}$ e $B_{1e2}$ sono vertici

$F_{1e2}$ sono i fuochi

$\overline{A_1A_2}$ asse maggiore= 2a

$\overline{B_1B_2}$ asse minore= 2b

-faccio notare che vale il teorema di Pitagora quindi vale la relazione $a^2 + b^2 = c^2$

## 4.2)EQUAZIONE

Nello studio consideriamo solo un caso particolare di ellissi: quelle aventi i fuochi sull'asse delle x, simmetrici rispetto all'origine.

Poniamo quindi: $F_1 = (-c, 0)$ e $F_2 = (c, 0)$

Supponiamo che la somma costante delle distanze valga 2a, con a > c, e consideriamo un generico punto P = (x, y) dell'ellisse

Applicando la definizione otteniamo la seguente equazione:

$$PF_1 + PF_2 = 2a$$

Svolgendo i calcoli:

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}+\sqrt{(x-c)^2+y^2}=2a$$

$$\sqrt{(x+c)^2+y^2}=2a-\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

$$(x+c)^2+y^2=4a^2+(x-c)^2+y^2-4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

$$4cx-4a^2=-4a\sqrt{(x-c)^2+y^2}$$

$$a^4+c^2x^2-2a^2cx=a^2x^2+a^2c^2-2a^2cx+a^2y^2$$

$$(a^2-c^2)x^2+a^2y^2=a^2(a^2-c^2)$$

essendo a > c, possiamo porre: $a^2 - c^2 = b^2$
Sotto tali ipotesi l'equazione dell'ellisse si scrive nella forma:

$$b^2x^2 + a^2y^2 = a^2b^2$$

Ne deriviamo l'equazione:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

con a e b coefficienti reali positivi, a > b.

## 4.3)POSIZIONE RECIPROCA DI UNA RETTA CON UN ELLISSE

Si mettono a sistema l' ellisse con la retta e in base al Δ si capisce la posizione della retta rispetto all' ellisse, infatti mettendoli a sistema si trovano i punti d'intersezione della retta con l' ellisse:

-se Δ>0 indica che la retta e l'ellisse s'intersecano in 2 punti distinti quindi la retta è **secante** all' ellisse

-se Δ=0 la retta e l' ellisse s' intersecano in 2 punti coincidenti quindi la retta è **tangente** all' ellisse

-se Δ<0 la retta non interseca l' ellisse quindi la retta è **esterna** all'ellisse

N.B. LE STESSE REGOLE VALGONO PER TUTTE LE CURVE

## 4.4) METODI DI TANGENZA

### 4.4.1)AVENDO LA ELLISSE E UN PUNTO QUALSIASI DEL PIANO

$$\begin{cases} \text{ellisse} \\ \text{fasco di rette passanti per il punto} \end{cases} \rightarrow \text{risolvendo il sistema troviamo una equazione dove andremo a discutere il } \Delta=0$$

### 4.4.2)AVENDO L' ELLISSE E UN PUNTO P∈γ (SDOPPIAMENTO)

Dalle coordinate del punto possiamo ricavare, con una dimostrazione che ometto, le seguenti uguaglianze.

$$x^2 = x \bullet x_o \qquad y^2 = y \bullet y_o$$

Sostituendo questi valori all'interno della equazione del' ellisse troviamo la retta tangente

## 4.5)ALCUNE CONDIZIONI PER DETERMINARE L'EQUAZIONE DI UN ELLISSE

L'equazione di un'ellisse può esser determinata partendo da alcune sue proprietà; osserviamo che conoscere un fuoco equivale a conoscerli entrambi, per ragioni di simmetria; stesso ragionamento per le direttrici e i vertici sullo stesso asse.
Ecco alcuni esempi di condizioni sufficienti per determinare l'equazione di un'ellisse:

1. si conosce un fuoco e una direttrice;
2. si conosce un fuoco e la somma delle distanze dai punti dell'ellisse;
3. si conosce un fuoco e un vertice;
4. si conoscono 2 vertici su assi diversi;
5. si conosce un fuoco e un punto dell'ellisse;
6. si conosce l'eccentricità e un fuoco;
7. si conosce l'eccentricità e un punto dell'ellisse;
8. si conoscono 2 punti dell'ellisse, non simmetrici rispetto all'origine o agli assi;

## 4.6)ECCENTRICITÀ

l'eccentricità è quel numero che ci indica la distanza dei fuochi rispetto alle proporzioni dell'ellisse, infatti più questo numero è alto più l'ellisse sarà basso e lungo più il valore sarà alto più l'ellisse sarà alto e stretto .

$$e = \frac{\text{distanza focale}}{\text{semiasse maggiore}} \rightarrow \frac{2c}{2a} \rightarrow \frac{c}{a}$$

Faccio notare che se il valore dell'eccentricità è zero (e=0) i fuochi sono sovrapposti quindi non abbiamo più un ellisse ma una circonferenza

Inoltre se il valore dell'eccentricità è uguale a uno ( e=1) vorrà dire che la distanza focale e il semiasse maggiore hanno la stessa lunghezza quindi saremo di fronte non ad un ellisse ma ben si ad una retta.

Quindi in conclusione il valore dell'eccentricità dell'ellisse può oscillare solo tra 0 e 1 (0<e>1)